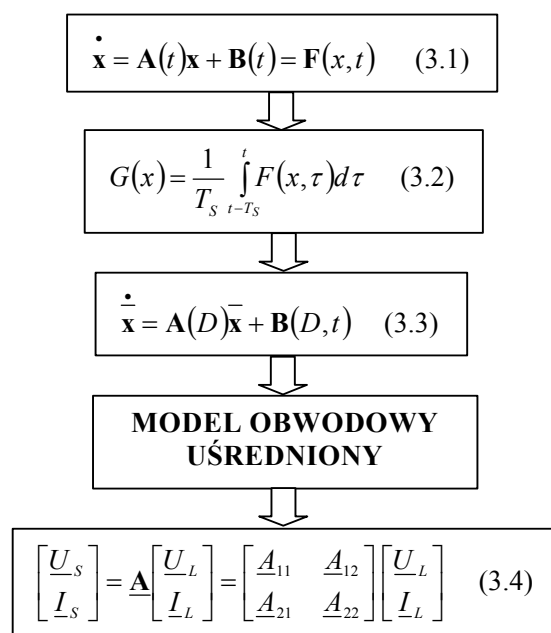


# Rozdział 3

## Modelowanie

### 3.1. Wprowadzenie

W ujęciu ogólnym, koncepcja metody modelowania impulsowych układów transformujących napięcia przemiennie w stanie ustalonym, przedstawiona w tym rozdziale, odpowiada trzeciemu podejściu do tego zagadnienia, o którym wspomniano w podrozdziale 1.2. Schemat opisujący proponowaną w pracy metodę modelowania jest pokazany na rys. 3.1.



Rys. 3.1. Schemat metody modelowania układów transformujących napięcia przemiennie

Jest istotne, że w proponowanej metodzie modelowania (rys. 3.1) należy stosować operator uśredniania (3.2), za pomocą którego można uśredniać każdy cykl przełączania oddzielnie, co wykazano w pracach zespołowych z udziałem autora [82] – [87]. Na podstawie równań uśrednionych zmiennych stanu (3.3), podobnie jak w klasycznej metodzie uśrednionych zmiennych stanu, omawianej w pracach [10], [13], [99] – [101], [109] – [112], [143], [160], są konstruowane modele obwodowe uśrednione. Następnie jest stosowany opis zaciskowy (czwórnikowy) modeli obwodowych uśrednionych (3.4). Parametry łańcuchowe sterowników stosowanych w omawianych układach są następnie stosowane do określania funkcji układowych sterowników oraz właściwości układów z tymi sterownikami. Przedstawiona metoda modelowania była stosowana całkowicie lub częściowo w pracach własnych autora [17] – [19], [21], [22] oraz pracach zespołowych z udziałem autora [31] – [42], [44], [68], [116], [131].

Proponowana metoda modelowania w odróżnieniu od metod modelowania, o których wspomniano w podrozdziale 1.2, bazuje na modelach obwodowych uśrednionych (modelach stacjonarnych) SM i SMR oraz opisie zaciskowym tych sterowników. Zdaniem autora, pozwala na bardziej efektywną analizę funkcji układowych sterowników oraz właściwości omawianych układów, szczególnie w kontekście rozwijania bazy do poszukiwań nowych i użytecznych zastosowań tych układów.

### 3.2. Uśrednianie w bieżących okresach przełączania

Klasyczna metoda uśrednionych zmiennych stanu, szeroko stosowana w analizie przekształtników prądu stałego na prąd stały (DC/DC) bazuje na operatorze uśredniania prawej strony równań (3.1) o postaci [89], [93], [94], [100], [112]:

$$G(x) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} F(x, \tau) d\tau. \quad (3.5)$$

Jak już o tym wspomniano wcześniej, w omawianych układach transformujących napięcia przemiennie należy stosować uśrednianie w bieżących okresach przełączania. Należy stosować operator uśredniania o postaci (3.2), ze względu na sinusoidalny charakter napięcia zasilającego (wymuszenia).

Po wykonaniu uśredniania otrzymujemy równania uśrednionych zmiennych stanu (3.3), gdzie [82] – [87]:

$$- A(D) = A_1 D + A_2 (1 - D), \quad A_1 = A_1(t) \Big|_{s(t)=1}, \quad A_2 = A_2(t) \Big|_{s(t)=0}, \quad (3.6)$$

$$- B(D, t) = \frac{1}{T_S} \int_{t-T_S}^t B(t) dt = B_{1h}(D, t) + \sum_{n=2}^{\infty} B_n(t) \approx B(D) U_{\max} \sin \omega t, \quad (3.7)$$

$$- B(D) = B_1 D + B_2 (1 - D), \quad B_1 = B_1(t) \Big|_{s(t)=1}, \quad B_2 = B_2(t) \Big|_{s(t)=0}, \quad (3.8)$$

-  $s(t)$  – funkcja przełączania łączników idealnych (rys. 1.2a). W układach o sterowaniu typu PWM z przesunięciem fazowym, zamiast współczynnika wypełnienia impulsu  $D$ , jest stosowany współczynnik przesunięcia fazowego  $\alpha = 2t_D / T_S$  (2.1), (rys. 1.3, [27], [60]).

Rozwiązania równań (3.1) oraz (3.3) są przedstawione w podrozdziale 3.5 oraz w dodatku B. Uwzględniając (3.7), równania (3.3) mają postać (3.9) o współczynnikach macierzy  $\mathbf{A}$  oraz  $\mathbf{B}$  niezależnych od czasu. Na podstawie równań (3.9) są budowane modele obwodowe uśrednione omawianych układów. Są one przedstawione w następnym podrozdziale.

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} \approx \mathbf{A}(D) \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}(D) U_{\max} \sin \omega t \quad (3.9)$$

### 3.3. Modele obwodowe uśrednione

#### 3.3.1. Sterowniki matrycowe

Uwzględniając (3.9), dla układów jednofazowych z SM i obciążeniem rezystancyjno-indukcyjnym ( $R_L$ ,  $L_L$ ) pokazanych na rys. 2.4, otrzymujemy następujące równania uśrednionych zmiennych stanu:

- dla układu jednobiegunowego (rys. 2.4a),

$$L_L \frac{d\bar{i}_L}{dt} + R_L \bar{i}_L = \bar{u}_L \approx [D + 0(1 - D)] u_S = D u_S, \quad (3.10)$$

- dla układu dwubiegunowego (rys. 2.4b),

$$L_L \frac{d\bar{i}_L}{dt} + R_L \bar{i}_L = \bar{u}_L \approx [D - (1 - D)] u_S = (2D - 1) u_S, \quad (3.11)$$

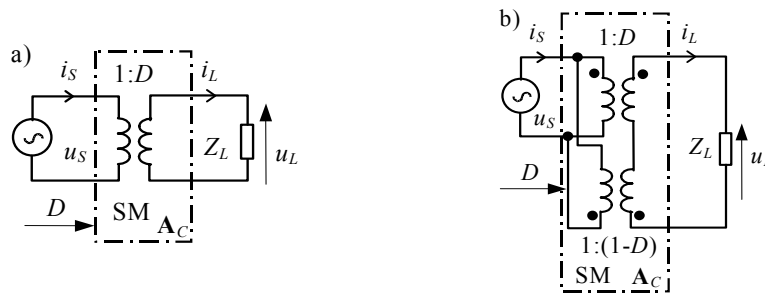
gdzie:  $D = t_1 / T_S$  – współczynnik wypełnienia impulsu (rys. 1.2a). W stanie ustalonym dla  $T / T_S = N \rightarrow \infty$  (dodatek B):

$$\bar{x} = x_1 = x. \quad (3.12)$$

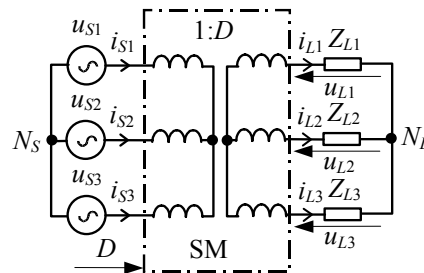
Na podstawie tych równań (3.10), (3.11), wykorzystując model obwodowy transformatora idealnego (1.2), otrzymujemy proste schematy zastępcze układów jednofazowych z rys. 2.4, pokazane na rys. 3.2 [19]. Są one dokładne dla harmonicznych podstawowych napięcia i prądu, jeśli częstotliwość przełączania  $f_s \rightarrow \infty$ . Dla układu trójfazowego z SM symetrycznym o topologii jak na rys. 2.16a otrzymujemy równania uśrednionych zmiennych stanu (3.13), natomiast dla układu z SM niesymetrycznym o topologii jak na rys. 2.16b, te równania mają postać (3.14). Modele obwodowe uśrednione tych sterowników utworzone na podstawie równań (3.13) oraz (3.14), uwzględniając (3.12), pokazano na rysunkach 3.3 oraz 3.4.

$$\bar{\mathbf{u}}_{Lm} \approx D \mathbf{u}_{Sm} . \quad (3.13)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{Lm} \approx \bar{\mathbf{u}}_m - (1-D)u_{s1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \bar{s}'(t) & \bar{s}(t) & 0 \\ \bar{s}'(t) & 0 & \bar{s}(t) \end{bmatrix} \mathbf{u}_{Sm} - (1-D)u_{s1} = D \mathbf{u}_{Sm} . \quad (3.14)$$

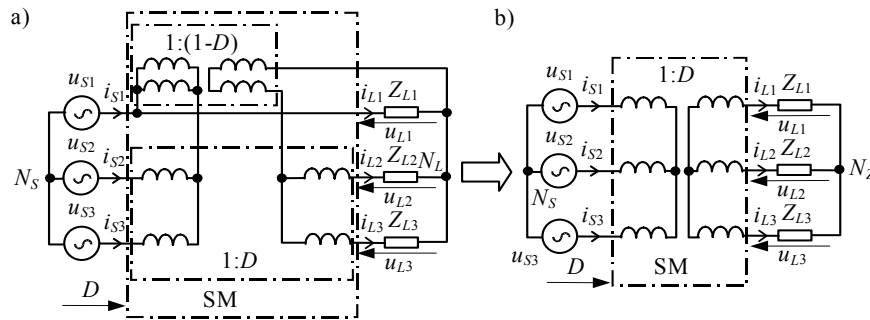


Rys. 3.2. Schematy zastępcze układów jednofazowych z modelami obwodowymi uśrednionymi, a) SM jednobiegunowego (rys.2.4a), b) SM dwubiegunowego (rys. 2.4b);  $A_C$  – parametry łańcuchowe SM



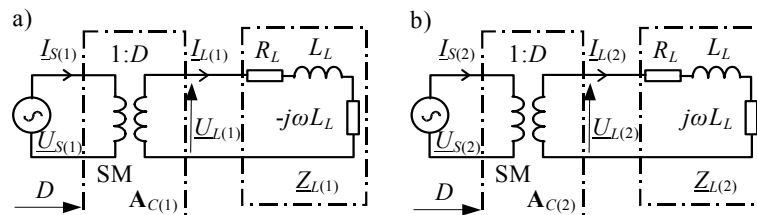
Rys. 3.3. Schemat zastępczy układu trójfazowego z modelem obwodowym uśrednionym z modelem obwodowym uśrednionym SM symetrycznego (rys. 2.16a)

Z rysunków 3.3 oraz 3.4b widać, że modele obwodowe uśrednione SM są symetryczne. To oznacza, że właściwości układów z tymi modelami obwodowymi sterowników, przy zasilaniu i obciążeniu symetrycznym, mogą być analizowane za pomocą schematu zastępczego układu jednofazowego pokazanego na rys. 3.2a.



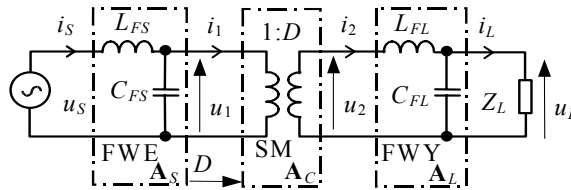
Rys. 3.4. Schematy zastępcze układów trójfazowych z modelami obwodowymi uśrednionymi SM niesymetrycznego (rys.2. 16b), a) wersja pełna, b) wersja uproszczona

W warunkach niesymetrycznego zasilania lub obciążenia stosuje się metodę składowych symetrycznych. Na podstawie przekształcenia naturalnego wektora wielkości sinusoidalnych w stacjonarnym układzie odniesienia (1, 2, 3) na inwariantny w czasie wektor składowych symetrycznych w wirującym układzie współrzędnych (0, 1, 2), zgodnie z (3.15) [7], [109], otrzymujemy zależności (3.16). Na podstawie tych zależności otrzymujemy modele obwodowe uśrednione dla składowych symetrycznych o dodatniej kolejności faz (zgodnej) i ujemnej kolejności faz (przeciwnej), pokazane na rys. 3.5 [19]. W tych schematach uwzględniono stałoprądowy model indukcyjności z rezystancją urojoną  $\pm j\omega L_L$  [7], ponieważ w stanie ustalonym składowe symetryczne są wielkościami zespolonymi sprzężonymi i stałymi w czasie (wielkościami stałoprądowe).

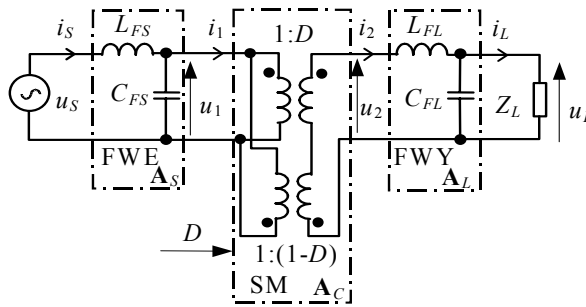


Rys. 3.5. Schematy zastępcze układu trójfazowego z SM symetrycznym lub niesymetrycznym, a) dla składowej o dodatniej kolejności faz (zgodnej), b) dla składowej o ujemnej kolejności faz (przeciwnej);  $\mathbf{A}_{C(1)}, \mathbf{A}_{C(2)}$  - parametry łańcuchowe SM dla składowych symetrycznych

Jak już o tym wspomniano w podrozdziale 2.2, w omawianych układach są stosowane filtry dolnoprzepustowe  $LC$  do eliminowania odkształceń prądu źródła i napięcia obciążenia (rysunki rys. 2.6, rys. 2.8, rys. 2.9, rys. 2.19, rys. 2.22 oraz rys. 2.23). Schematy zastępcze z modelami obwodowymi tych układów oraz modelami obwodowymi uśrednionymi SM pokazano na rysunkach 3.6 – 3.8.



Rys. 3.6. Schemat zastępczy układu z modelem obwodowym uśrednionym SM jedno-biegunowego oraz filtrami  $LC$  wejściowym i wyjściowym,  $\mathbf{A}_S$ ,  $\mathbf{A}_C$ ,  $\mathbf{A}_L$  – parametry łańcuchowe odpowiednio filtru wejściowego, SM oraz filtru wyjściowego



Rys. 3.7. Schemat zastępczy układu z modelem obwodowym uśrednionym SM dwubiegunowego oraz filtrami  $LC$  wejściowym i wyjściowym,  $\mathbf{A}_S$ ,  $\mathbf{A}_C$ ,  $\mathbf{A}_L$  – parametry łańcuchowe odpowiednio filtru wejściowego, SM oraz filtru wyjściowego

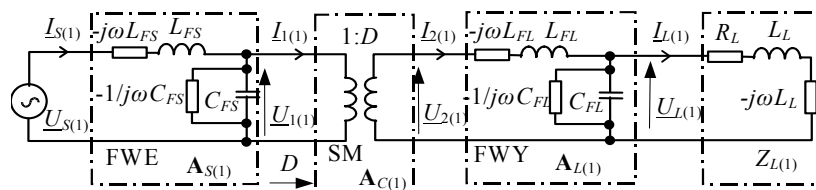
$$\mathbf{x}_{(123)} = \underline{\mathbf{T}} \mathbf{X}_{(012)} \quad \mathbf{X}_{(012)} = \underline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{x}_{(123)}, \quad (3.15)$$

gdzie:  $\underline{\mathbf{T}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\theta_{T1}} & e^{j\theta_{T1}} \\ 1 & e^{-j\theta_{T2}} & e^{j\theta_{T2}} \\ 1 & e^{-j\theta_{T3}} & e^{j\theta_{T3}} \end{bmatrix}$  - macierz transformacji z układu (123) do

układu (012),  $\theta_{T1} = \int_0^t \omega(\tau) d\tau - \phi_T$ ;  $\theta_{T2} = \theta_{T1} - \frac{2\pi}{3}$ ;  $\theta_{T3} = \theta_{T1} + \frac{2\pi}{3}$  - operatory obrotu

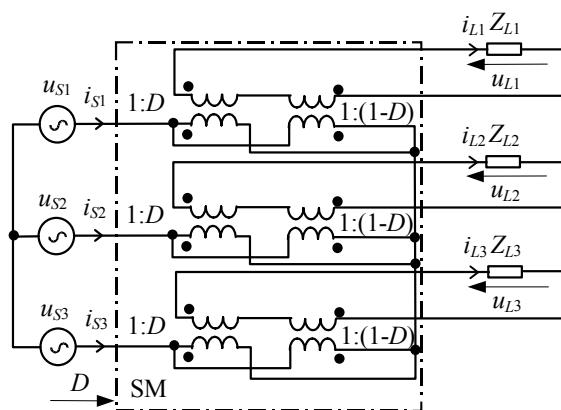
składowych symetrycznych,  $\theta_T$  - wartość początkowa  $\theta_{T1}$ ,  $\underline{\mathbf{T}}^{-1} = (\underline{\mathbf{T}}^*)^T$  - macierz odwrotna macierzy transformacji.

$$\underline{U}_{L(012)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{U}_{L(1)} \\ \underline{U}_{L(2)} \end{bmatrix} = \underline{T}^{-1} \mathbf{u}_{L(123)} = \underline{T}^{-1} D \mathbf{u}_{S(123)} = \underline{T}^{-1} D \underline{T} \underline{U}_{S(012)} = D \underline{U}_{S(012)} = D \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{U}_{S(1)} \\ \underline{U}_{S(2)} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$



Rys. 3.8. Schemat zastępczy trójfazowych układów z SM oraz filtrami LC dla składowej symetrycznej o ujemnej kolejności faz;  $\mathbf{A}_{S(1)}$ ,  $\mathbf{A}_{C(1)}$ ,  $\mathbf{A}_{L(1)}$  – parametry łańcuchowe odpowiednio filtra wejściowego, SM oraz filtra wyjściowego dla składowej symetrycznej o dodatniej kolejności faz

Podobnie jak dla układów trójfazowych z SM jednobiegunowymi można zbudować schemat zastępczy układu trójfazowego z SM dwubiegunowym. Taki schemat zastępczy dla układu pokazanego na rys. 2.17 pokazano na rys. 3.9.

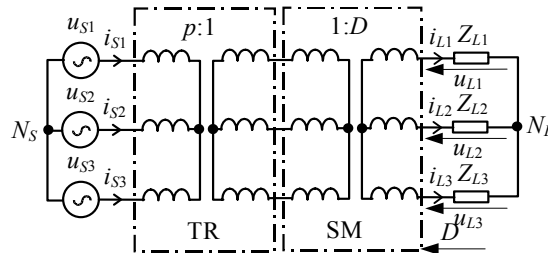


Rys. 3.9. Schemat zastępczy trójfazowego układu z modelem obwodowym uśrednionym SM dwubiegunowego (rys. 2.17)

### 3.3.2. Sterowniki matrycowe izolowane

Schematy zastępcze układów z SM izolowanymi o sterowaniu PWM są budowane na bazie schematów zastępczych układów z SM nieizolowanymi, które przedstawiono wcześniej. Dla układów jednofazowych są one budowane przez kaskadowe włączenie transformatora w układach pokazanych na rys. 3.2. Po-

dobnie są budowane schematy zastępcze układów trójfazowych. Przykład schematu zastępczego układu trójfazowego (rys. 2.25) o topologii symetrycznej (rysunki 2.14f oraz 2.26) pokazano na rys. 3.10.

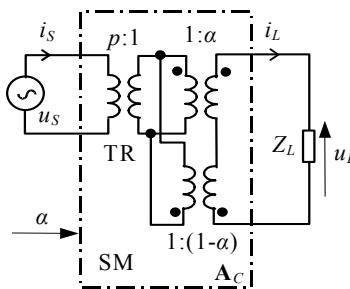


Rys. 3.10. Schemat zastępczy układu trójfazowego z modelem obwodowym uśrednionym SM jednobiegunowego izolowanego (rys. 2.21)

Dla układów jednofazowych z SM izolowanymi o sterowaniu typu PWM z przesunięciem fazowym, pokazanych na rys. 2.29, równanie uśrednionych zmiennych stanu otrzymujemy, podobnie jak dla układów z SM dwubiegunowymi omówionymi wcześniej. Uwzględniając (3.9) dla układów jednofazowych z SM i obciążeniem rezystancyjno-indukcyjnym ( $R_L$ ,  $L_L$ ) (rys. 2.29), otrzymujemy następujące równanie uśrednionych zmiennych stanu:

$$L_L \frac{d\bar{i}_L}{dt} + R_L \bar{i}_L = \bar{u}_L \approx [\alpha - (1 - \alpha)] \frac{1}{p} u_S = (2\alpha - 1) \frac{1}{p} u_S, \quad (3.17)$$

gdzie:  $\alpha = 2t_D / T_S$  – współczynnik przesunięcia fazowego (rys.1.3),  $p$  – przekładnia napięciowa transformatora TR. Stąd, uwzględniając (3.12) oraz model transformatora idealnego (1.2), otrzymujemy schemat zastępczy z modelem obwodowym uśrednionym pokazany na rys. 3.11.



Rys. 3.11. Schemat zastępczy układu jednofazowego z modelem obwodowym uśrednionym SM dwubiegunowego izolowanego o sterowaniu typu PWM z przesunięciem fazowym (rys. 2.29);  $A_C$  – parametry łańcuchowe SM



### 3.3.3. Sterowniki matrycowo-reaktancyjne jednobiegunowe

Uwzględniając (3.9) dla układów jednofazowych z SMR jednobiegunowymi o topologiach podstawowych z obciążeniem rezystancyjnym ( $Z_L = R_L$ ), pokazanych na rysunkach rys. 2.33a, rys. 2.34a, rys. 2.35, rys. 2.37 oraz rys. 2.39, otrzymujemy równania uśrednionych zmiennych stanu (3.18) – (3.22) [18]. Są one bardziej złożone niż równania dla układów z SM ze względu na większą liczbę zmiennych stanu (układy wyższego rzędu). Przykład wyprowadzenia równań uśrednionych zmiennych stanu dla układu jednofazowego o topologii typu Ćuk (3.20) (układ czwartego rzędu) zamieszczono w dodatku C.

$$\begin{bmatrix} L_S \frac{d\bar{i}_S}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -(1-D) \\ (1-D) & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_S \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_S, \quad (3.18)$$

dla układu z SMR o topologii typu boost (rys. 2.33a);

$$\begin{bmatrix} L_S \frac{d\bar{i}_{LS}}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -(1-D) \\ (1-D) & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_{LS} \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} u_S, \quad (3.19)$$

dla układu z SMR o topologii typu buck-boost (rys. 2.34a);

$$\begin{bmatrix} L_S \frac{d\bar{i}_S}{dt} \\ C \frac{d\bar{u}_C}{dt} \\ L_L \frac{d\bar{i}_2}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & 0 & -D & 0 \\ 0 & D & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_S \\ \bar{u}_C \\ \bar{i}_2 \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_S, \quad (3.20)$$

dla układu z SMR o topologii typu Ćuk (rys. 2.35);

$$\begin{bmatrix} L_s \frac{d\bar{i}_{LS}}{dt} \\ C \frac{d\bar{u}_c}{dt} \\ L_L \frac{d\bar{i}_2}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & (1-D) & 0 & 0 \\ -(1-D) & 0 & D & 0 \\ 0 & -D & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_{LS} \\ \bar{u}_c \\ \bar{i}_2 \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ D \\ 0 \end{bmatrix} u_s, \quad (3.21)$$

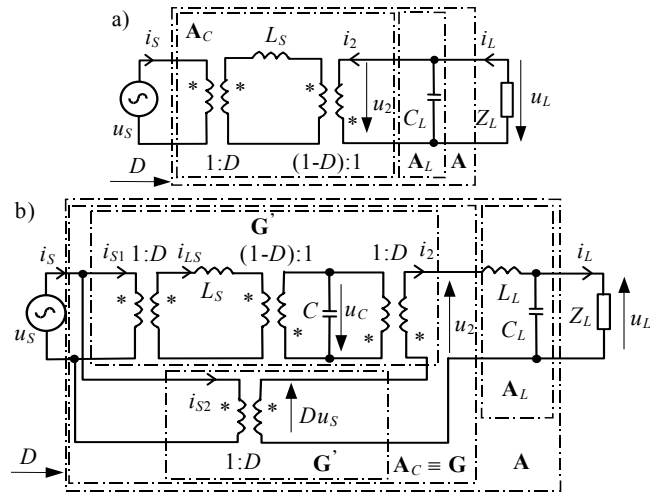
dla układu z SMR o topologii typu Zeta (rys. 2.37);

$$\begin{bmatrix} L_s \frac{d\bar{i}_s}{dt} \\ C \frac{d\bar{u}_c}{dt} \\ L_L \frac{d\bar{i}_{LL}}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -(1-D) & 0 & -(1-D) \\ (1-D) & 0 & D & 0 \\ 0 & -D & 0 & (1-D) \\ (1-D) & 0 & -(1-D) & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{u}_c \\ \bar{i}_{LL} \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_s, \quad (3.22)$$

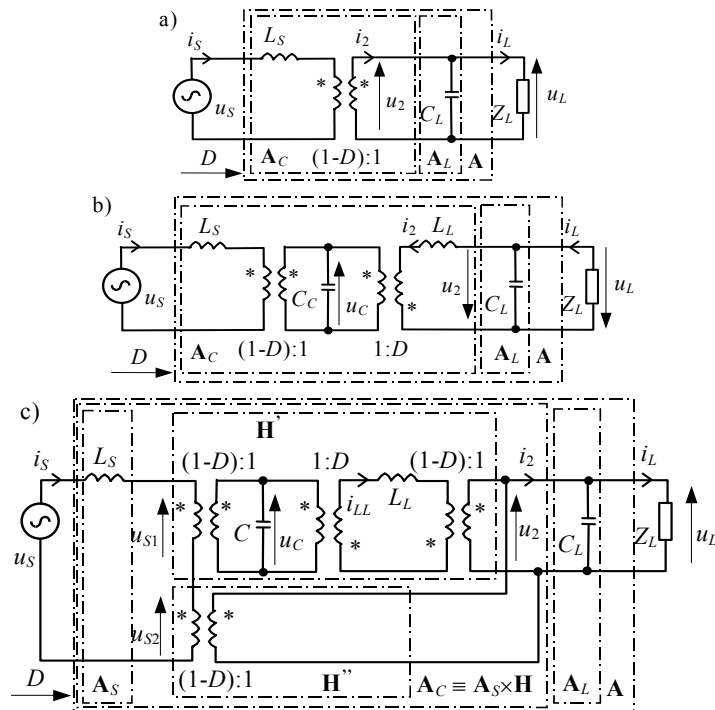
dla układu z SMR o topologii typu Sepic (rys. 2.39). Na podstawie równań (3.18) – (3.22), uwzględniając (3.12) oraz wykorzystując model transformatora idealnego (1.2), otrzymujemy schematy zastępcze z modelami obwodowymi uśrednionymi pokazane na rys. 3.12 dla grupy SMR jednobiegunowych o topologiach podstawowych typu buck oraz pokazane na rys. 3.13 dla grupy SMR jednobiegunowych o topologiach podstawowych typu boost [18]. Są one dokładne dla harmonicznych podstawowych napięć i prądów, jeśli częstotliwość przełączania  $f_s \rightarrow \infty$ .

Schematy zastępcze układów trójfazowych z SMR symetrycznymi jednobiegunowymi można zbudować przez połączenie schematów zastępczych układów jednofazowych z tymi sterownikami. Takie schematy dla układów trójfazowych (rys. 2.47), pokazano na rysunkach rys. 3.14 (topologie typu boost oraz Ćuk), rys. 3.15 (topologia typu buck-boost), rys. 3.25 (topologia typu Zeta) oraz rys. 3. 24 (topologia typu Sepic) [36], [40].

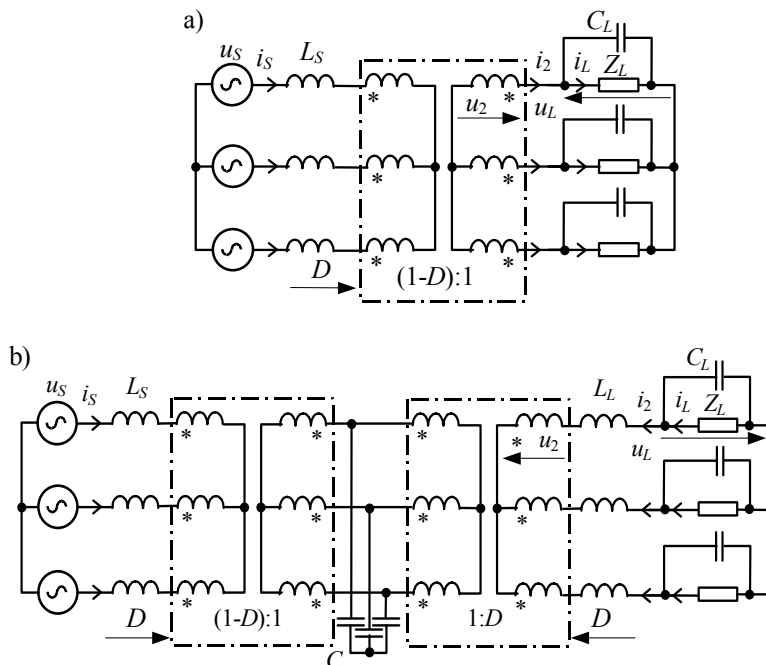
Budowa schematów zastępczych dla układów trójfazowych z SMR niesymetrycznymi, pokazanymi na rysunkach 2.51a oraz 2.52, wymaga najpierw analizy i opisu tych układów w postaci równań uśrednionych zmiennych stanu (3.9). Takie równania dla układu z SMR o topologii typu buck-boost, który jest pokazany na rys. 2.51a, mają postać (3.23). Schemat zastępczy z modelem obwodowym tego SMR jest pokazany na rys. 3.16. Widać, że w tym układzie występuje niesymetria podłużna.



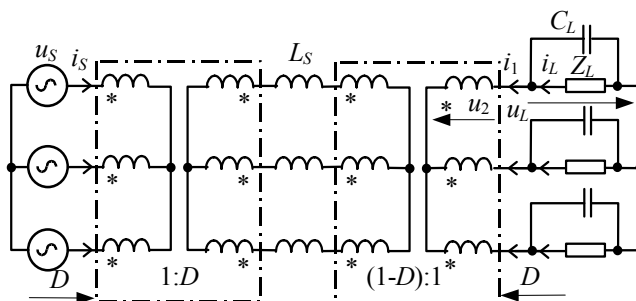
Rys. 3.12. Schematy zastępcze układów z modelami obwodowymi uśrednionymi SMR jednobiegowymi, a) o topologii typu buck-boost (rys. 2.34a), b) o topologii typu Zeta (rys. 2.37);  $G$ ,  $A$  – parametry czwórnikowe SMR



Rys. 3.13. Schematy zastępcze układów z modelami obwodowymi uśrednionymi SMR jednobiegowymi, a) o topologii typu boost (rys. 2.33a), b) o topologii typu Ćuk (rys. 2.35), c) o topologii typu Sepic (rys. 2.39);  $H$ ,  $A$  – parametry czwórnikowe SMR



Rys. 3.14. Schematy zastępcze układów trójfazowych z symetrycznymi SMR jednobiegunowymi o topologiach, a) typu boost (rys. 2.47a), b) typu Ćuk (rys. 2.47c)

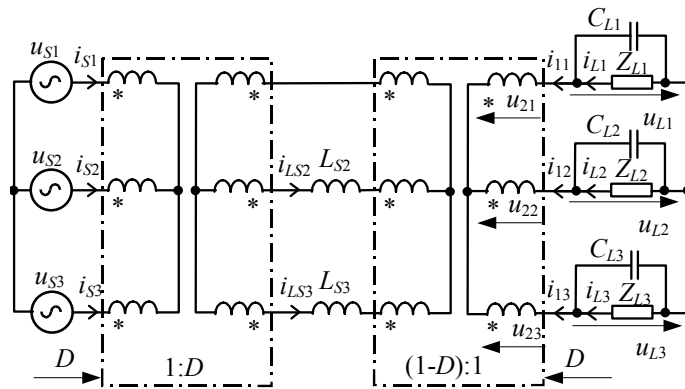


Rys. 3.15. Schemat zastępczy układu trójfazowego z symetrycznym SMR jednobiegunowym o topologii typu buck-boost (2.47b)

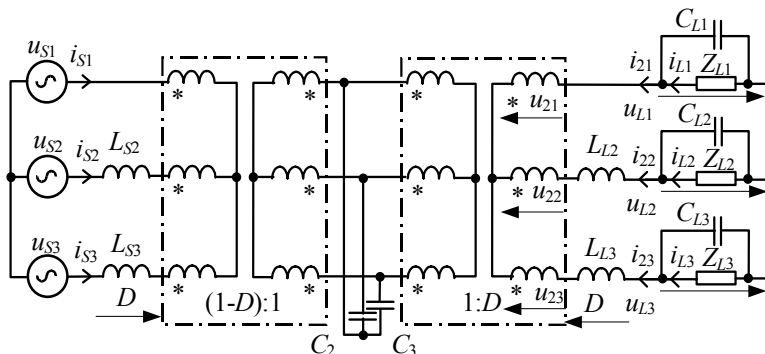
Schematy zastępcze z modelami obwodowymi uśrednionymi pozostałych układów niesymetrycznych uzyskujemy w podobny sposób. Na rys. 3.17 pokazano uzyskany w ten sposób schemat zastępczy trójfazowego układu niesymetrycznego z modelem obwodowym uśrednionym o topologii typu Ćuk (rys. 2.52c). Widać (rys. 3.17), że w tym układzie występują dwa typy niesymetrii. Występuje zarówno niesymetria podłużna (brak indukcyjności źródła  $L_{S1}$ ,

oraz indukcyjności obciążenia  $L_{L1}$ ) jak i niesymetria poprzeczna (brak pojemności buforującej  $C_1$ ).

$$\begin{bmatrix} C_{L1} \frac{d\bar{u}_{L1}}{dt} \\ L_{S2} \frac{di_{LS2}}{dt} \\ C_{L2} \frac{d\bar{u}_{L2}}{dt} \\ L_{S3} \frac{di_{LS3}}{dt} \\ C_{L3} \frac{d\bar{u}_{L3}}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{1}{R_L} & -(1-D) & 0 & 0 & 0 \\ (1-D) & 0 & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & 0 & \frac{1}{R_L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-D) & 0 & -(1-D) \\ 0 & 0 & 0 & (1-D) & \frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_{L1} \\ \bar{i}_{LS2} \\ \bar{u}_{L2} \\ \bar{i}_{LS3} \\ \bar{u}_{L3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -D & 0 & D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{S1} \\ u_{S2} \\ u_{S3} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

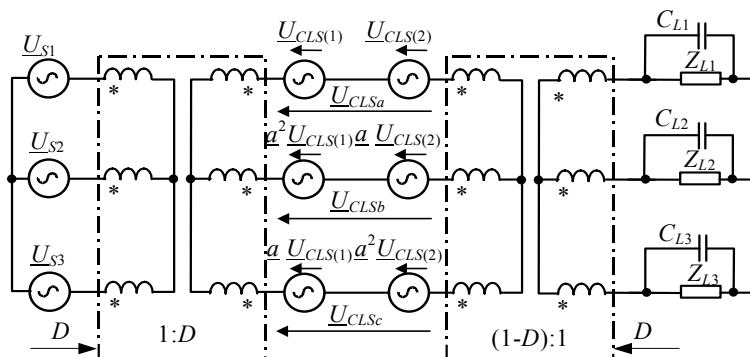


Rys. 3.16. Schemat zastępczy trójfazowego układu niesymetrycznego z SMR o topologii typu buck-boost (rys. 2.51a)



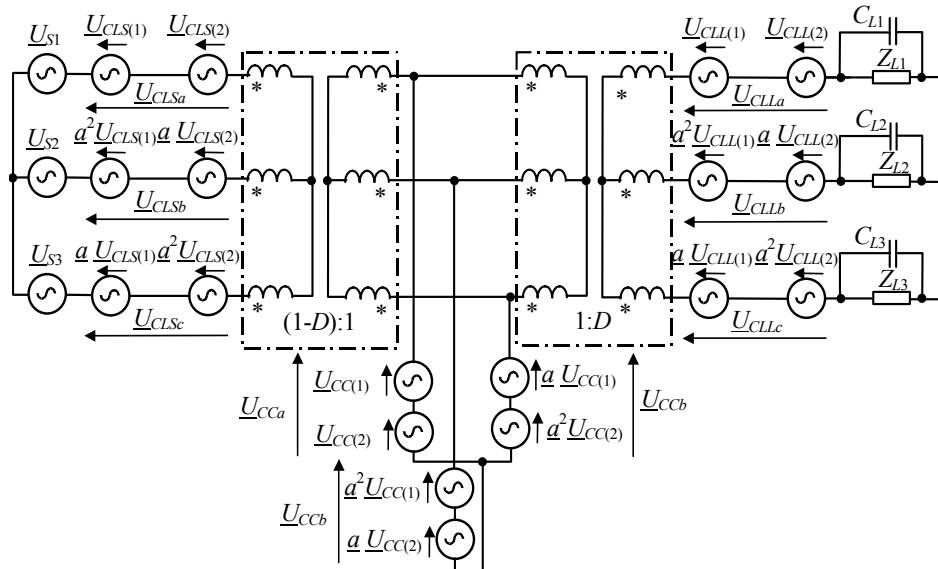
Rys. 3.17. Schemat zastępczy trójfazowego układu niesymetrycznego z SMR o topologii typu Ćuk (rys. 2.52c)

Korzystając z metody składowych symetrycznych (np. [106], [137]), otrzymujemy schematy zastępcze omawianych układów zawierające źródła napięć symetrycznych. Takie schematy zastępcze dla układów niesymetrycznych o topologiach typu buck-boost (rys. 3.16) oraz typu Ćuk (rys. 3.17) pokazano odpowiednio na rysunkach 3.18 oraz 3.19. Są to schematy ilustrujące zastosowanie twierdzenia o kompensacji do omawianych układów z symetrycznym źródłem zasilania oraz symetrycznym obciążeniem.

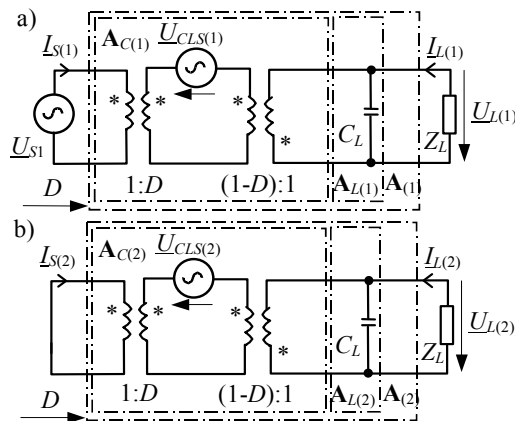


Rys.3. 18. Schemat zastępczy trójfazowego układu niesymetrycznego z SMR o topologii typu buck-boost (rys. 3.16) z symetrycznymi źródłami napięcia  $U_{CLS(a)}$ ,  $U_{CLS(b)}$ ,  $U_{CLS(c)}$  kompensującymi niesymetrię podłużną SMR;  $U_{CLS(1)}$  – składowa symetryczna o dodatniej (zgodnej) kolejności faz,  $U_{CLS(2)}$  – składowa symetryczna o ujemnej (przeciwniej) kolejności faz,  $a$  – operator obrotu

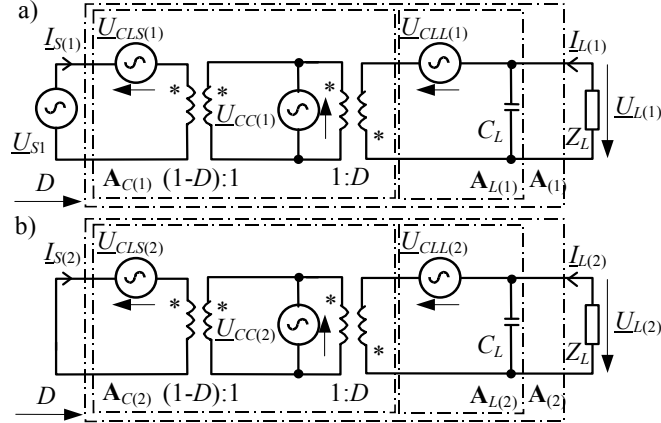
Uproszczenie schematów zastępczych z rysunków 3.18 oraz 3.19 prowadzi do jednofazowych schematów zastępczych dla składowych symetrycznych, które pokazano na rysunkach 3.20 oraz 3.21.



Rys. 3.19. Schemat zastępczy trójfazowego układu niesymetrycznego z SMR o topologii typu Ćuk (rys. 3.17) z symetrycznymi źródłami napięcia  $\underline{U}_{CLSa}$ ,  $\underline{U}_{CLsb}$ ,  $\underline{U}_{CLSc}$ ,  $\underline{U}_{CLLa}$ ,  $\underline{U}_{CLLb}$ ,  $\underline{U}_{CLLc}$ , kompensującymi niesymetrię podłużną oraz  $\underline{U}_{CCa}$ ,  $\underline{U}_{CCb}$ ,  $\underline{U}_{CCc}$  kompensującymi niesymetrię poprzeczną SMR;  $\underline{U}_{CLS(1)}$ ,  $\underline{U}_{CLL(1)}$ ,  $\underline{U}_{CC(1)}$  – składowe symetryczne o dodatniej (zgodnej) kolejności faz,  $\underline{U}_{CLS(2)}$ ,  $\underline{U}_{CLL(2)}$ ,  $\underline{U}_{CC(2)}$  – składowe symetryczne o ujemnej (przeciwnej) kolejności faz,  $\underline{a}$  – operator obrotu



Rys. 3.20. Schematy zastępcze trójfazowego układu niesymetrycznego z SMR o topologii typu buck-boost (rys. 3.16) dla składowych symetrycznych, a) o dodatniej (zgodnej) kolejności faz, b) o ujemnej (przeciwnej) kolejności faz;  $\mathbf{A}$  – parametry łańcuchowe SMR



Rys. 3.21. Schematy zastępcze trójfazowego układu niesymetrycznego z SMR o topologii typu Ćuk (rys. 3.17) dla składowych symetrycznych, a) o dodatniej (zgodnej) kolejności faz, b) o ujemnej (przeciwnej) kolejności faz;  $\mathbf{A}$  – parametry łańcuchowe SMR

### 3.3.4. Sterowniki matrycowo-reaktancyjne dwubiegunowe

Dla układów jednofazowych z SMR dwubiegunowymi pokazanych na rysunkach rys. 2.54 (topologia typu Ćuk B1) oraz rys. 2.57 (topologia typu Ćuk B2) otrzymujemy równania uśrednionych zmiennych stanu (3.24) oraz (3.25). Schematy zastępcze zbudowane na podstawie tych równań są pokazane odpowiednio na rysunkach 3.22 oraz 3.23 [21], [22], [42]. Są one podobne do schematów zastępczych układów podstawowych o topologiach typu Sepic oraz Zeta. Istotna różnica występuje w wartościach przekładni transformatorów idealnych stosowanych w schematach zastępczych omawianych układów.

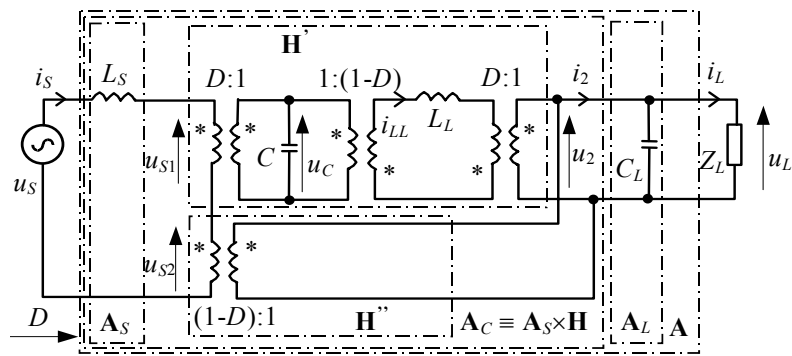
$$\begin{bmatrix} L_S \frac{d\bar{i}_S}{dt} \\ C \frac{d\bar{u}_C}{dt} \\ L_L \frac{d\bar{i}_{LL}}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -D & 0 & -(1-D) \\ D & 0 & (1-D) & 0 \\ 0 & -(1-D) & 0 & -D \\ (1-D) & 0 & D & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_S \\ \bar{u}_C \\ \bar{i}_{LL} \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_S, \quad (3.24)$$

dla układu z SMR o topologii typu Ćuk B1 (rys. 2.54),

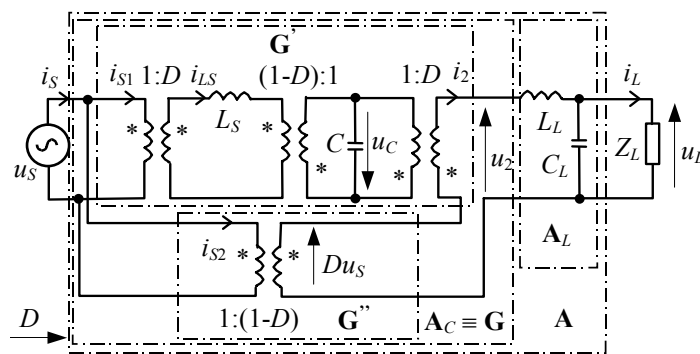


$$\begin{bmatrix} L_S \frac{d\bar{i}_{LS}}{dt} \\ C \frac{d\bar{u}_C}{dt} \\ L_L \frac{d\bar{i}_{LL}}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & 0 & D & 0 \\ 0 & -D & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_S \\ \bar{u}_C \\ \bar{i}_{LL} \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ (1-D) \\ 0 \end{bmatrix} u_S, \quad (3.25)$$

dla układu z SMR o topologii typu Ćuk B2 (rys. 2.57).



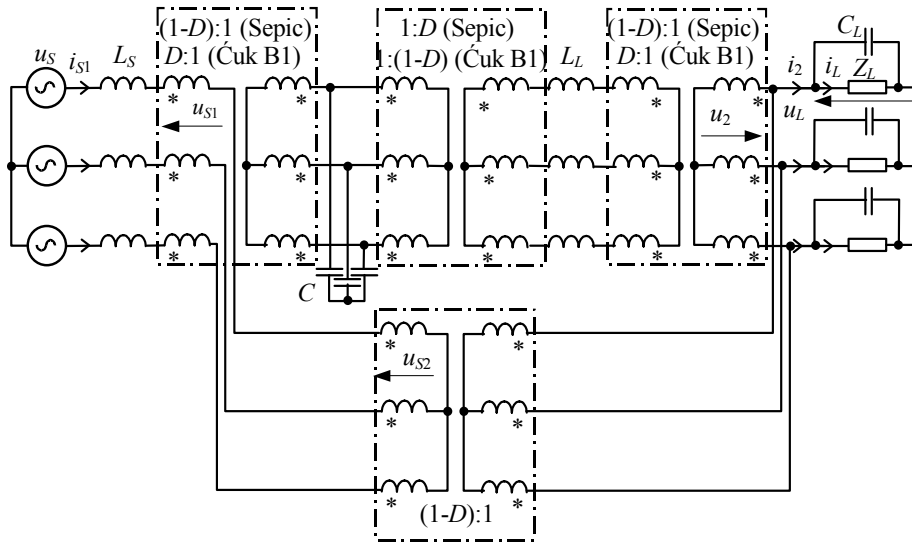
Rys. 3.22. Schemat zastępczy układu z modelem obwodowym uśrednionym SMR dwubiegowego o topologii typu Ćuk B1 (rys. 2.54);  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{A}$  – parametry czwórnikowe SMR



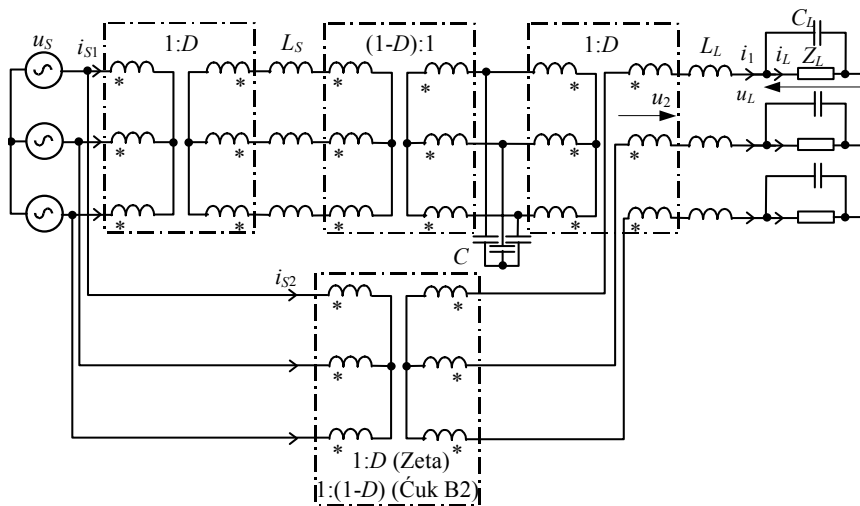
Rys. 3.23. Schemat zastępczy układu z modelem obwodowym uśrednionym SMR dwubiegowego o topologii typu Ćuk B2 (rys. 2.57);  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{A}$  – parametry czwórnikowe SMR

Schematy zastępcze dla układów trójfazowych z symetrycznymi SMR o topologiach typu Ćuk B1 (rys.2. 62a) oraz typu Ćuk B2 (rys.2. 62b) pokazano

odpowiednio na rysunkach 3.24 oraz 3.25. Widać, że modele obwodowe uśrednione tych sterowników są symetryczne.



Rys. 3.24. Schemat zastępczy układu trójfazowego z symetrycznym SMR jednobiegunowym o topologii typu Sepic (rys. 2.52e) lub dwubiegunowym o topologii typu Ćuk B1 (rys. 2.62a)



Rys. 3.25. Schemat zastępczy układu trójfazowego z symetrycznym SMR jednobiegunowym o topologii typu Zeta (rys. 2.52d) lub dwubiegunowym o topologii typu Ćuk B2 (rys. 2.62b)

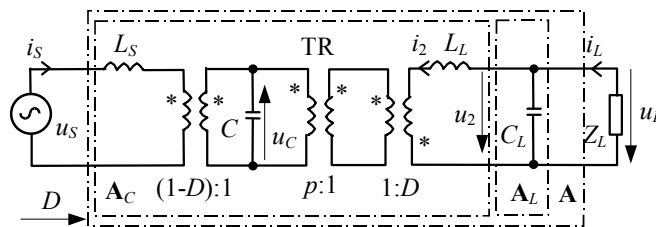
Modele obwodowe uśrednione SMR dwubiegunowych niesymetrycznych (rys. 2.62) są niesymetryczne, podobnie jak omawiane wcześniej modele obwodowe uśrednione SMR o topologiach typu buck-boost (rys. 3.16) oraz typu Ćuk (rys. 3.17). Modelowanie tych układów można przeprowadzić korzystając z metody źródeł zastępczych (rysunki 3.18 oraz 3.19), przechodząc następnie do jednofazowych modeli obwodowych uśrednionych dla składowych symetrycznych.

### 3.3.5. Sterowniki matrycowo-reaktancyjne izolowane

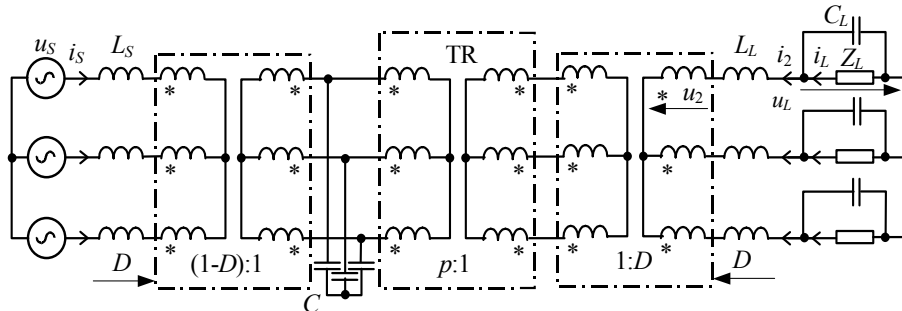
Równania uśrednionych zmiennych stanu opisujące układy z SMR izolowanymi otrzymujemy uwzględniając (3.9) oraz (3.12), podobnie jak dla układów z SMR nieizolowanymi. Takie równania dla układu jednofazowego o topologii typu Ćuk pokazanego na rys.2.66c mają następującą postać:

$$\begin{bmatrix} L_s \frac{d\bar{i}_s}{dt} \\ C \frac{d\bar{u}_c}{dt} \\ L_L \frac{d\bar{i}_2}{dt} \\ C_L \frac{d\bar{u}_L}{dt} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -(1-D) & 0 & 0 \\ (1-D) & 0 & -\frac{D}{p} & 0 \\ 0 & D & 0 & -p \\ 0 & 0 & p & -\frac{p}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{u}_c \\ \bar{i}_2 \\ \bar{u}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_s, \quad (3.26)$$

gdzie:  $C = \frac{C_1 C_2}{p^2 C_1 + C_2}$ ,  $p$  – przekładnia napięciowa transformatora TR. Schemat zastępczy z modelem obwodowym uśrednionym SMR, który jest zbudowany na podstawie tego równania (3.26), pokazano na rys. 3.26. Schemat zastępczy układu trójfazowego symetrycznego z tym sterownikiem (rys. 2.67c) pokazano na rys. 3.27.



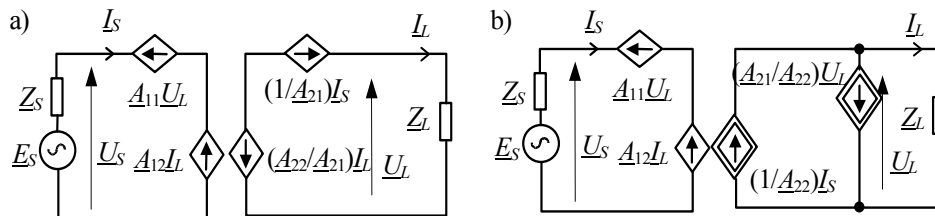
Rys. 3.26. Schemat zastępczy układu jednofazowego z SMR jednobiegunowym izolowanym o topologii typu Ćuk (rys. 2.66c);  $\mathbf{A}$  – parametry czwórnikowe SMR



Rys.3. 27. Schemat zastępczy układu trójfazowego z SMR jednobiegunowym izolowanym o topologii typu Ćuk (rys. 2.67c)

### 3.4. Opis zaciskowy

Ostatnim etapem modelowania według prezentowanej metody (rys. 3.1) jest klasyczny opis zaciskowy (czwórnikowy) modeli obwodowych uśrednionych, które przedstawiono w poprzednim podrozdziale (3.3). W ujęciu ogólnym prowadzi to do opisu schematów zastępczych jednofazowych układów transformujących napięcie przemiennie za pomocą równań łańcuchowych (rys. 3.1, (3.4)), gdzie:  $\underline{A}$  – macierz parametrów łańcuchowych jednofazowego układu transformującego napięcie przemiennie. Zastosowanie opisu zaciskowego omawianych układów pozwala na ich ogólny opis za pomocą schematu zastępczego, który pokazano na rys. 3.28 [18], [21], [22].



Rys. 3.28. Czwórnikowe schematy zastępcze układów z modelami obwodowymi uśrednionymi SM oraz SMR, a) wersja 1, b) wersja 2

**Układy ze sterownikami matrycowymi.** Dla układów z SM opis zaciskowy jest bardzo prosty, a parametry łańcuchowe mogą być określone bezpośrednio ze schematów zastępczych tych układów. Dla schematów zastępczych pokazanych na rys. 3.2 otrzymujemy:

- dla układu jednobiegunowego (rys. 3.2a),

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_S \\ \underline{I}_S \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}_C \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{C11} & \underline{A}_{C12} \\ \underline{A}_{C21} & \underline{A}_{C22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D} & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

- dla układu dwubiegunowego (rys. 3.2b),

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_S \\ \underline{I}_S \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}_C \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{C11} & \underline{A}_{C12} \\ \underline{A}_{C21} & \underline{A}_{C22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(2D-1)} & 0 \\ 0 & (2D-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

gdzie:  $\underline{\mathbf{A}}_C$  – macierz parametrów łańcuchowych SM w postaci zespolonej. Dla układów z filtrami dolnoprzepustowymi  $LC$  (rysunki 3.6 oraz 3.7) należy uwzględnić parametry łańcuchowe tych filtrów i wówczas otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_S \\ \underline{I}_S \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}_{FS} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}_S \underline{\mathbf{A}}_C \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}_S \underline{\mathbf{A}}_C \underline{\mathbf{A}}_L \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 L_{FS} C_{FS} & j\omega L_{FS} \\ j\omega C_{FS} & 1 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}_C \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 L_{FL} C_{FL} & j\omega L_{FL} \\ j\omega C_{FL} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

gdzie:  $\underline{\mathbf{A}}_S$ ,  $\underline{\mathbf{A}}_C$ ,  $\underline{\mathbf{A}}_L$ ,  $\underline{\mathbf{A}}$  – macierze parametrów łańcuchowych w postaci zespolonej odpowiednio filtru wejściowego, SM, filtru wyjściowego oraz kompletnego układu. W równaniach łańcuchowych opisujących schematy zastępcze z modelami obwodowymi SM izolowanych należy dodatkowo uwzględnić macierz łańcuchową transformatora TR. Wówczas np. dla schematu zastępczego układu z SM izolowanym o sterowaniu typu PWM z przesunięciem fazowym (rys. 3.11) otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_S \\ \underline{I}_S \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}_T \underline{\mathbf{A}}_C \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p}{(2\alpha-1)} & 0 \\ 0 & \frac{(2\alpha-1)}{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

Opis zaciskowy schematów zastępczych układów trójfazowych z SM sprowadza się do opisu zaciskowego ich schematów zastępczych jednofazowych.

**Układy ze sterownikami matrycowo-reaktancyjnymi.** Dla układów jednofazowych z SMR, których schematy zastępcze pokazano na rysunkach rys. 3.12 (topologie typu buck-boost oraz Zeta), rys. 3.13 (topologie typu boost, Ćuk oraz Sepic), rys. 3.22 (topologia typu Ćuk B1) oraz rys. 3.23 (topologia typu Ćuk B2), równania łańcuchowe mają następującą postać [18], [21], [22]:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ \underline{I}_s \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}_s \underline{\mathbf{A}}_c \underline{\mathbf{A}}_L \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \underline{U}_L \\ \underline{I}_L \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

gdzie:  $\underline{\mathbf{A}}_s$ ,  $\underline{\mathbf{A}}_c$ ,  $\underline{\mathbf{A}}_L$ ,  $\underline{\mathbf{A}}$  – macierze parametrów łańcuchowych w postaci zespolonej odpowiednio obwodu wejściowego, podstawowej struktury SMR, obwodu wyjściowego oraz kompletnego układu z SMR. Opis zaciskowy tych układów jest bardziej złożony niż układów z SM. Dotyczy to zwłaszcza układów z SMR o topologiach wyższego rzędu (Zeta, Sepic, Ćuk B1 oraz Ćuk B2). W celu określenia macierzy parametrów łańcuchowych podstawowej struktury tych SMR  $\underline{\mathbf{A}}_c$ , proponuje się zastosować następującą procedurę [18], [21], [22]. Dla schematów zastępczych pokazanych na rysunkach 3.12b oraz 3.23 (topologie typu Zeta i Ćuk B2), najpierw określamy macierze parametrów hybrydowych typu  $\underline{\mathbf{G}}$  ( $\underline{\mathbf{G}}' + \underline{\mathbf{G}}''$ ) za pomocą równań (3.32). Następnie określamy macierz parametrów łańcuchowych za pomocą przekształcenia (3.34) [106], [137]. Podobną procedurę stosujemy przy określaniu równań łańcuchowych dla układów, których schematy zastępcze pokazano na rysunkach 3.13c oraz 3.22 (topologie typu Sepic oraz Ćuk B1). Różnica jaka występuje w procedurze opisu zaciskowego tych układów, w porównaniu z opisaną wcześniej, polega na tym, że najpierw określamy macierze parametrów hybrydowych typu  $\underline{\mathbf{H}}$  ( $\underline{\mathbf{H}}' + \underline{\mathbf{H}}''$ ) za pomocą równań (3.33). Następnie korzystamy z przekształcenia (3.35) dla układu o topologii typu Sepic (rys. 3.13c) lub (3.36) dla układu o topologii typu Ćuk B1 (rys. 3.22).

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{G}} \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = (\underline{\mathbf{G}}' + \underline{\mathbf{G}}'') \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = (\underline{\mathbf{H}}' + \underline{\mathbf{H}}'') \begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

$$\underline{\mathbf{A}}_c = \begin{bmatrix} \underline{A}_{c11} & \underline{A}_{c12} \\ \underline{A}_{c21} & \underline{A}_{c22} \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{\underline{G}_{21}} \begin{bmatrix} 1 & \underline{G}_{22} \\ \underline{G}_{11} & \det \underline{\mathbf{G}} \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

$$\underline{\mathbf{A}}_c = \begin{bmatrix} \underline{A}_{c11} & \underline{A}_{c12} \\ \underline{A}_{c21} & \underline{A}_{c22} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 1 & j\omega L_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{-1}{\underline{H}_{21}} \begin{bmatrix} \det \underline{\mathbf{H}} & \underline{H}_{11} \\ \underline{H}_{22} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

$$\underline{\mathbf{A}}_c = \begin{bmatrix} \underline{A}_{c11} & \underline{A}_{c12} \\ \underline{A}_{c21} & \underline{A}_{c22} \end{bmatrix} \equiv \frac{-1}{\underline{H}_{21}} \begin{bmatrix} \det \underline{\mathbf{H}} & \underline{H}_{11} \\ \underline{H}_{22} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Parametry hybrydowe macierzy typu  $\underline{\mathbf{G}}$  oraz  $\underline{\mathbf{H}}$  dla schematów zastępczych z SMR pokazanych na rysunkach rys. 3.12b, rys. 3.13c, rys. 3.22 oraz rys. 3.23 zestawiono odpowiednio w tablicach D1 oraz D2, które są zamieszczone w dodatku D. W tym dodatku są również zamieszczone tablice D.3 oraz D.4, w których zestawiono parametry łańcuchowe  $\underline{\mathbf{A}}_C$  omawianych układów.

Opis zaciskowy schematów zastępczych z SMR izolowanymi (rys. 2.66) przeprowadza się podobnie jak jest to przedstawione wcześniej dla układów z SMR nieizolowanymi. Należy podkreślić, że wprowadzenie transformatora TR do podstawowej struktury SMR powoduje zmianę jego parametrów łańcuchowych zależnie od sposobu włączenia oraz przekładni napięciowej  $p$  transformatora. Zależności opisujące te parametry ( $\underline{\mathbf{A}}_C$ ) dla struktury głównej SMR izolowanego o topologii typu  $\dot{\mathbf{C}}uk$  (rys. 3.26) zestawiono w tabl.D.5, którą również zamieszczono w dodatku D. Zależności tych parametrów dla kompletnego układu o tej topologii są takie same jak dla układu bez transformatora TR (tabl. D.4). W podobny sposób można określić parametry łańcuchowe dla pozostałych układów pokazanych na rys. 2.66.

Opis zaciskowy schematów zastępczych układów trójfazowych z symetrycznymi SMR (rysunki rys. 3.14, rys.3. 15, rys. 3.24 oraz rys. 3.25 sprowadza się do opisu zaciskowego ich schematów zastępczych jednofazowych. Dla układów trójfazowych z niesymetrycznymi SMR opis zaciskowy jest bardziej złożony, bo modele obwodowe uśrednione tych sterowników są niesymetryczne (rysunki 3.16 oraz 3.17). W przypadku tych układów opis zaciskowy jest stosowany przy opisie jednofazowych schematów zastępczych dla składowych symetrycznych (rysunki 3.20 oraz 3.21).

### 3.5. Dokładność modeli uśrednionych zmiennych stanu

Prezentowana w tym rozdziale koncepcja metody modelowania (rys. 3.1) bazuje na równaniach uśrednionych zmiennych stanu (3.9), które opisują omawiane układy transformujące napięcia przemienne w sposób przybliżony. Jak już o tym wspomiano, w pracach [82] - [87] (także dodatek B) wykazano, że dla  $T_S \rightarrow 0$ , rozwiązania równań zmiennych stanu (3.1) oraz równań uśrednionych zmiennych stanu (3.3) są zbieżne i takie same dla harmonicznym podstawowych (B.13):

$$\bar{\mathbf{x}}(t)_{T_S \rightarrow 0} = \mathbf{x}(t)_{T_S \rightarrow 0} = \bar{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{x}_1(t). \quad (3.37)$$

Dla skończonej wartości częstotliwości przełączania  $f_S$  zależność (3.37) nie jest spełniona, a rozwiązania uśrednionych zmiennych stanu są obarczone błędami, ponieważ:

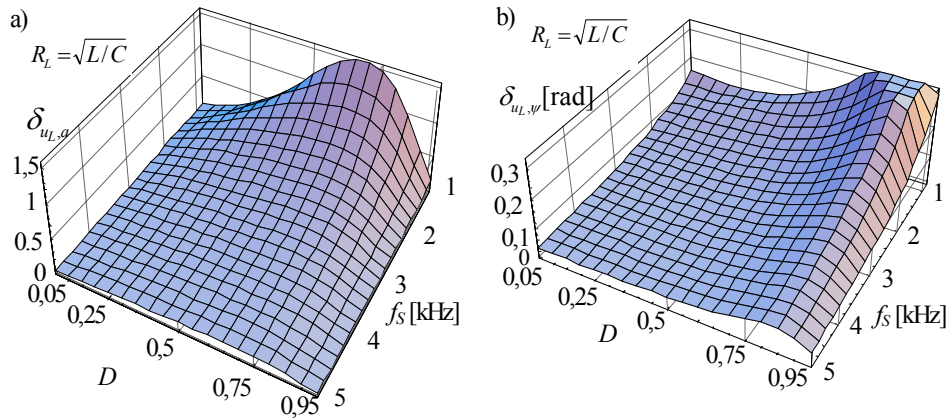
$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{c}_{1x} \sin(\omega t + \bar{\boldsymbol{\psi}}_{1x}) \neq \bar{\mathbf{x}}_1(t) = \bar{\mathbf{c}}_{1x} \sin(\omega t + \bar{\boldsymbol{\psi}}_{1x}), \quad (3.38)$$

gdzie:  $\mathbf{c}_{1x} = \sqrt{\mathbf{a}_{1x} + \mathbf{b}_{1x}}$ ;  $\mathbf{a}_{1x}, \mathbf{b}_{1x}$  – współczynniki Fouriera harmonicznej podstawowej zmiennych stanu według zależności (E.1) oraz (E.2) zamieszczonych w dodatku E,  $\bar{\mathbf{c}}_{1x} = \sqrt{\bar{\mathbf{a}}_{1x} + \bar{\mathbf{b}}_{1x}}$ ;  $\bar{\mathbf{a}}_{1x}, \bar{\mathbf{b}}_{1x}$  – współczynniki Fouriera harmonicznej podstawowej uśrednionych zmiennych stanu według zależności (E.3) oraz (E.4) zamieszczonych również w dodatku E,  $\boldsymbol{\psi}_{1x} = \text{arctg } \mathbf{a}_{1x} / \mathbf{b}_{1x}$ ,  $\bar{\boldsymbol{\psi}}_{1x} = \text{arctg } \bar{\mathbf{a}}_{1x} / \bar{\mathbf{b}}_{1x}$  – faza harmonicznej podstawowej odpowiednio zmiennej stanu oraz uśrednionej zmiennej stanu.

W kontekście użyteczności proponowanej metody modelowania, istotnym zagadnieniem jest ilościowa ocena błędów uśredniania. Wyniki takiej analizy błędów amplitudowych i fazowych definiowanych przez (3.39) oraz (3.40) dla szeregu układów z SMR o topologiach podstawowych są zamieszczone w pracach [82] – [87]. Na rysunkach 3.29 – 3.33 pokazano przykłady wyników tej analizy. Parametry badanych układów są zestawione w tabl. F.1 zamieszczonej w dodatku F.

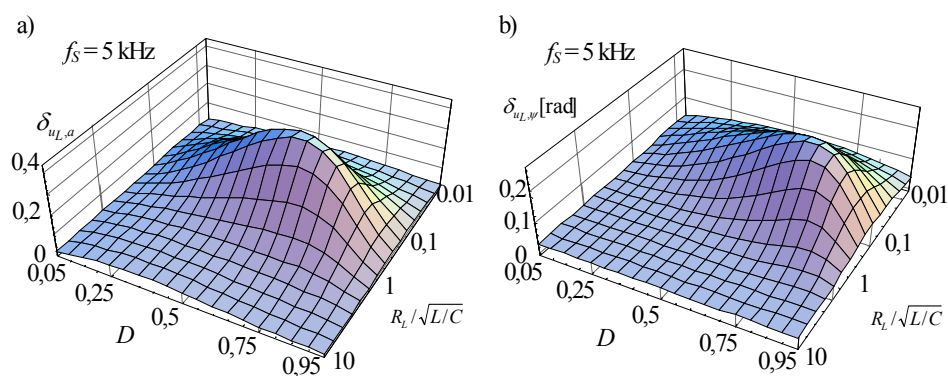
$$\delta_{xa} = \frac{|c_{1x} - \bar{c}_x|}{c_{1x}}. \quad (3.39)$$

$$\delta_{x\psi} = \boldsymbol{\psi}_{1x} - \bar{\boldsymbol{\psi}}_x. \quad (3.40)$$

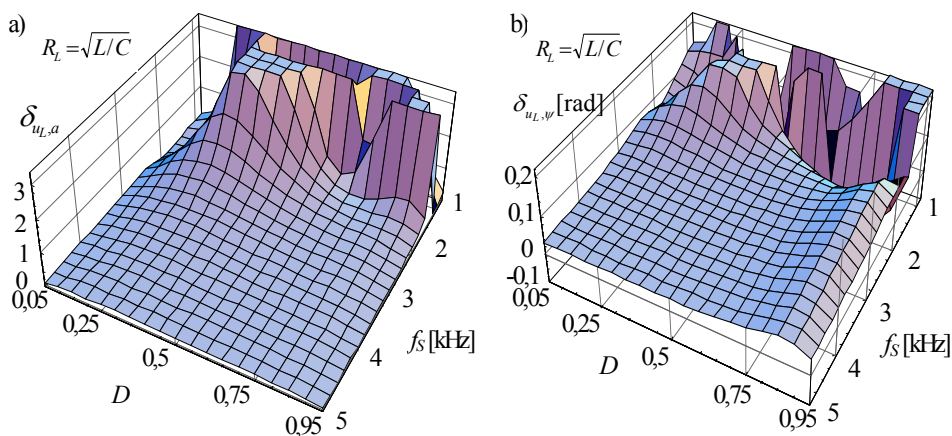


Rys. 3.29. Zależności błędów uśredniania dla napięcia obciążenia  $u_L$  od  $D$  oraz częstotliwości przełączania  $f_s$  w warunkach dopasowania obciążenia w układzie z SMR o topologii typu buck-boost, a) błąd względny amplitudy, b) błąd bezwzględny fazy

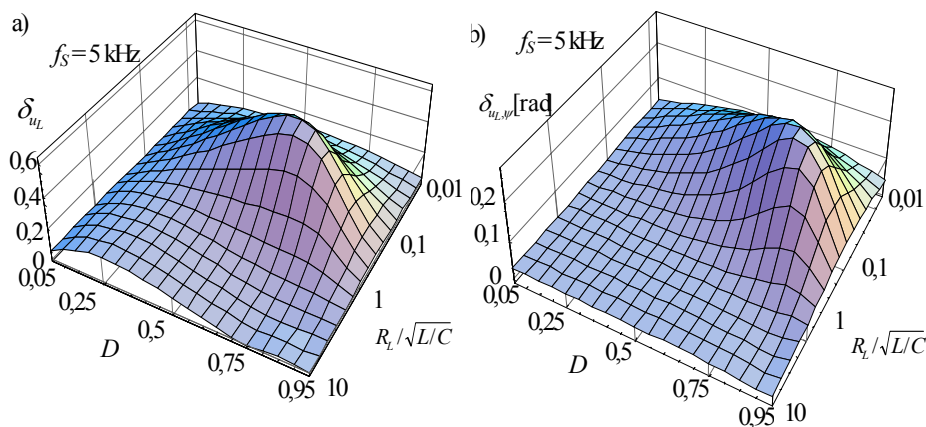




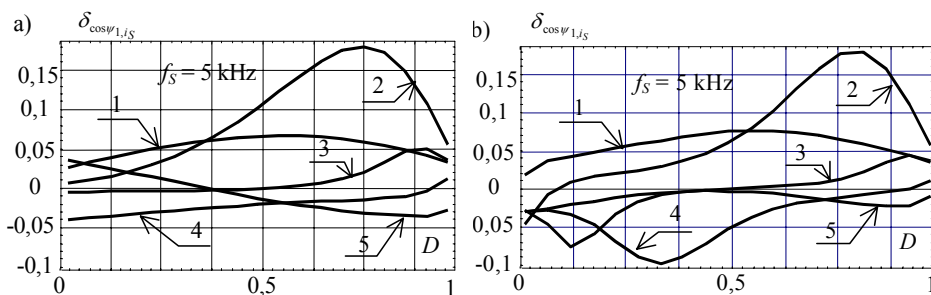
Rys. 3.30. Zależności błędów uśredniania dla napięcia obciążenia  $u_L$  od  $D$  oraz względnej rezystancji obciążenia przy  $f_s = 5 \text{ kHz}$  w układzie z SMR o topologii typu buck-boost, a) błąd względny amplitudy, b) błąd bezwzględny fazy



Rys. 3.31. Zależności błędów uśredniania dla napięcia obciążenia  $u_L$  od  $D$  oraz częstotliwości przełączania  $f_s$  w warunkach dopasowania obciążenia w układzie z SMR o topologii typu Sepic, a) błąd względny amplitudy, b) błąd bezwzględny fazy



Rys. 3.32. Zależności błędów uśredniania dla napięcia obciążenia  $u_L$  od  $D$  oraz względnej rezystancji obciążenia przy  $f_S = 5$  kHz w układzie z SMR o topologii typu Sepic, a) błąd względny amplitudy, b) błąd bezwzględny fazy



Rys. 3.33. Zależności błędów uśredniania dla współczynnika mocy ( $\delta_{\cos \psi_{1,iS}} = \cos \psi_{1,iS} - \cos \bar{\psi}_{1,iS}$ ) od  $D$  w układach z SMR o topologiach: a) typu

buck-boost, b) typu Sepic dla  $R_L = l \times \sqrt{L_L / C_L}$  oraz  $f_S = 5$  kHz;

1 -  $l=0,01$ , 2 -  $l=0,1$ , 3 -  $l=1$ , 4 -  $l=10$ , 5 -  $l=100$

Jak wynika z analizy amplitudowych i fazowych błędów uśredniania zmiennych stanu ich wartości są silnie zależne od wartości częstotliwości przełączania  $f_S$  (rysunki 3.29 i 3.31) oraz parametrów układu (rysunki rys. 3.30, rys. 3.32 oraz rys. 3.33). Jest istotne, że wartości tych błędów zmniejszają się wraz ze wzrostem częstotliwości przełączania. Dla  $f_S = 5$  kHz (ok.  $3/(2\pi\sqrt{L/C})$ ) względny błąd amplitudy badanych zmiennych stanu był mniejszy niż 20%, natomiast błąd fazy był mniejszy niż 0,1 rad. Przy określonej częstotliwości przełączania, największe błędy występują dla rezystancji obciążenia

o wartości poniżej wartości odpowiadającej dopasowaniu obciążenia, tzn., jeśli  $0,01 < R_L / \sqrt{L/C} < 1$ .

Wyniki ilościowej oceny błędów uśredniania zmiennych stanu przedstawione w tym podrozdziale pozwalają stwierdzić, że w warunkach dopasowania obciążenia oraz dla  $f_s > 5$  kHz, schematy zastępcze układów transformujących napięcia przemiennie z modelami obwodowymi uśrednionymi SM oraz SMR mogą być traktowane jako dostatecznie dokładne w praktyce inżynierskiej.

### 3.6. Posumowanie

- Metoda modelowania impulsowych układów transformujących napięcia przemiennie proponowana w pracy polega na wykorzystaniu techniki uśredniania na bazie równań uśrednionych zmiennych stanu (3.3), modeli obwodowych uśrednionych SM lub SMR oraz opisu zaciskowego (3.4) tych modeli (rys. 3.1).
- W uśrednianiu zmiennych stanu omawianych układów jest stosowany operator uśredniania o postaci (3.2), który umożliwia uśrednianie w każdym cyklu przełączania. Ten operator jest inny niż stosowany w analizie przekształtników prądu stałego na prąd stały (DC/DC) (3.5) ze względu na sinusoidalny charakter napięcia zasilającego (wymuszenia) w omawianych układach.
- Modele obwodowe uśrednione są budowane na podstawie równań uśrednionych zmiennych stanu o postaci (3.9). Jest w nich uwzględniona przybliżona zależność wektora wymuszenia o postaci (3.7), która nie uwzględnia odkształceń napięcia zasilania powodowanych uśrednianiem. Ponadto jest w nich stosowany model obwodowy transformatora idealnego (1.2).
- W stanie ustalonym modele obwodowe uśrednione SM i SMR są słuszne, w sensie takiej samej odpowiedzi na pobudzenie sygnałem sterującym ( $D$ ) jak w układzie rzeczywistym, jeśli częstotliwość przełączania  $f_s \rightarrow \infty$  ((B.9), (B.12)).
- Schematy zastępcze trójfazowych układów z SM symetrycznymi oraz niesymetrycznymi mogą być redukowane do schematów zastępczych jednofazowych, ponieważ modele obwodowe uśrednione SM trójfazowych są symetryczne (rysunki 3.3 oraz 3.4).
- Schematy zastępcze trójfazowych układów z SMR symetrycznymi mogą być redukowane do schematów zastępczych jednofazowych, podobnie jak układy z SM (rysunki rys. 3.14, rys. 3.15, rys. 3.24 oraz rys. 3.25). Inaczej jest ze schematami zastępczymi trójfazowych układów z SMR niesymetrycznymi, których modele obwodowe uśrednione są niesymetryczne (rysunki 3.16, 3.17). W przypadku tych układów ich schematy zastępcze trójfazowe mogą być redukowane do schematów zastępczych jednofazowych dla składowych

symetrycznych (rysunki 3.20 oraz 3.21) za pomocą metody składowych symetrycznych (rysunki 3.18 oraz 3.19).

- W proponowanej metodzie modelowania jest stosowany opis zaciskowy jednofazowych modeli obwodowych uśrednionych omawianych sterowników. Prowadzi to do końcowego opisu układów transformujących napięcia przemiennie za pomocą czwórnikowych schematów zastępczych tych układów o parametrach łańcuchowych (rys. 3.28).
- Jak wspomniano wcześniej, rozwiązania równań zmiennych stanu (3.1) oraz równań uśrednionych zmiennych stanu (3.3) są takie same, jeśli częstotliwość przełączania  $f_s \rightarrow \infty$  ((B.9), (B.12)). Dla skończonej wartości częstotliwości przełączania  $f_s$ , rozwiązania opisujące zmienne stanu bazujące na równaniach uśrednionych zmiennych stanu (3.3) lub bazujące na modelach obwodowych uśrednionych są obciążone błędami uśredniania (rysunki 3.29 – 3.33).
- Na podstawie przeprowadzonej w ramach pracy ilościowej analizy błędów uśredniania zmiennych stanu, można stwierdzić, że w warunkach dopasowania obciążenia oraz dla  $f_s > 5$  kHz, schematy zastępcze układów transformujących napięcia przemiennie z modelami obwodowymi uśrednionymi SM oraz SMR mogą być traktowane jako dostatecznie dokładne w praktyce inżynierskiej.